

**MODEL PENTRU SIMULAREA PROBEI DE MATEMATICĂ DIN CADRUL
EXAMENULUI DE BACALAUREAT 2013 LA NIVELUL MUNICIPIULUI BUCUREȘTI
26 APRILIE 2013
SUBIECT**

M2-științe ale naturii pentru filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete.

SUBIECTUL I
(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ în care $a_1 = 3$ și $a_2 = 6$. Calculați suma primilor zece termeni ai progresiei.
- 5p 2. Arătați că numărul $n = \frac{\log_7 18 - \log_7 2}{\log_7 \sqrt{3}}$ este natural.
- 5p 3. Determinați soluțiile reale ale ecuației $\sqrt{x+1} = 5 - x$.
- 5p 4. Se consideră mulțimea $A = \{10, 11, \dots, 50\}$. Determinați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea A acesta să aibă suma cifrelor egală cu 4.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2, -3)$, $B(0, 1)$, $C(4, -1)$. Calculați distanța de la punctul C la mijlocul segmentului AB .
- 5p 6. Calculați aria triunghiului ABC , dacă $BC = 3$, $AB = 6$ și $m(\angle ABC) = 60^\circ$.

SUBIECTUL II
(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $X = \begin{pmatrix} x & y \\ a & a \end{pmatrix}$, $A_a = \begin{pmatrix} a & 9 \\ 1 & a \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix}$ cu $a, x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p a) Rezolvați ecuația $X A_a = B$.
- 5p b) Determinați valorile reale ale lui a pentru care matricea A_a nu este inversabilă.
- 5p c) Determinați $b \in \mathbb{R}$ astfel încât $(A_0)^8 = b I_2$.
2. Fie polinoamele $f, g \in \mathbb{R}[X]$, $f = (X-1)^{10} + (X-2)^{10}$, $g = (X-1)(X-2)$.
- 5p a) Calculați $f(1) + f(2)$.
- 5p b) Determinați restul împărțirii lui f la g .
- 5p c) Arătați că f nu admite rădăcini reale.

SUBIECTUL III
(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^{2013} - 2013(x-1) - 4$.
- 5p a) Calculați $f'(-1)$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul lui f în punctul de abscisă $x_0 = -1$.
- 5p c) Să se arate că funcția f este concavă pe $(-\infty, 0)$ și convexă pe $(0, \infty)$.
2. Fie $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x^2 + 1} dx$, $n \in \mathbb{R}^*$.
- 5p a) Calculați I_1 .
- 5p b) Verificați că $I_{n+2} + I_n = \frac{1}{n+1}$ pentru orice $n \in \mathbb{R}^*$.



5p | c) Demonstrați că $I_n \geq I_{n+1}$ pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

Model propus de colectivul catedrei de matematică al Colegiului Național “Cantemir Vodă”